

Reduksi Pola Pemotongan Kertas pada *Cutting Stock Problem* (CSP) Satu Dimensi

Sisca Octarina, Putra BJ Bangun, Miranda Avifana
Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya
Indralaya, Indonesia
e-mail: s.octarina@gmail.com

Abstrak— *Cutting Stock Problem* (CSP) satu dimensi merupakan salah satu permasalahan optimasi dalam pemotongan bahan persediaan yang bertujuan mendapatkan sisa pemotongan (*trim loss*) seminimum mungkin. Penyebab utama *trim loss* adalah penyusunan letak pola pemotongan yang kurang tepat. Pola pemotongan yang banyak perlu dikombinasikan dan direduksi untuk mendapatkan pola pemotongan optimal. Reduksi pola jenis 3-2 diuji pada kasus pemotongan kertas. Berdasarkan hasil dan pembahasan didapatkan bahwa pola-pola pemotongan yang semula banyak menjadi lebih sedikit dan optimal melalui reduksi pola. Pola-pola optimal tersebut menghasilkan *trim loss* sama dengan nol dan beberapa produk surplus.

Keywords—*cutting stock problem; trim loss; reduksi pola*

I. PENDAHULUAN

Sebagian besar industri kertas seringkali menghasilkan sisa pemotongan bahan baku yang banyak sehingga mengakibatkan kerugian pun bertambah. Industri perlu melakukan perencanaan proses pemotongan atau yang dikenal dengan *Cutting Stock Problem* (CSP). CSP merupakan permasalahan pemotongan persediaan yang bertujuan untuk mendapatkan sisa pemotongan (*trim loss*) seminimum mungkin namun tetap dapat memenuhi permintaan pelanggan. Penyebab utama *trim loss* adalah penyusunan letak pola pemotongan yang kurang tepat sehingga mengakibatkan ketidakefisienan penggunaan bahan baku. *Trim loss* seringkali terletak pada sisi panjang atau lebar bahan baku. CSP dengan sisa pada satu sisi saja selanjutnya disebut CSP satu dimensi.

Penelitian terdahulu [4-6] tentang CSP menghasilkan banyak pola pemotongan yang optimal. Proses pemotongan kertas menggunakan mesin diatur sesuai dengan pola pemotongan yang diperoleh. Semakin banyak pola pemotongan mengakibatkan semakin banyak jumlah pengaturan pisau pada mesin pemotong kertas. Permasalahan meminimalkan jumlah pola yang berbeda dapat dilakukan dengan cara reduksi pola. Reduksi pola adalah bagaimana mengurangi jumlah pola optimal yang banyak sehingga

menjadi lebih sedikit dengan tujuan untuk mengurangi jumlah pengaturan ulang pisau pemotong oleh mesin pemotong kertas. Letak setiap pola pemotongan kertas akan diperbaiki sehingga proses pemotongan lebih mudah. [1] mengenalkan reduksi pola pada pemotongan kertas. [2] mengembangkan reduksi pola sehingga tingkat campur tangan manusia dalam proses pemotongan kertas rendah.

Berdasarkan latar belakang tersebut peneliti meneruskan pengoptimalan sisa pemotongan dengan mereduksi atau mengurangi jumlah pola pemotongan. Reduksi pola yang digunakan adalah reduksi pola 3-2 yang diuji pada beberapa CSP satu dimensi. Hasil reduksi pola pemotongan selanjutnya dibentuk model CSP satu dimensi, yang diselesaikan menggunakan pemrograman bilangan bulat. Peneliti menggunakan metode *Branch and Bound* sebagai alat bantu dalam menentukan solusi optimal. *Branch and Bound* membagi persoalan menjadi sub persoalan dengan melakukan pembatasan untuk mendapatkan kemungkinan solusi yang lebih optimal. Metode ini melakukan pencabangan dan pembatasan solusi sehingga iterasi lebih sedikit dan menghasilkan solusi *integer* [3].

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan bantuan program LINDO dalam penyelesaiannya. Pola-pola pemotongan pada CSP satu dimensi direduksi menggunakan reduksi pola jenis 3-2. Pola hasil reduksi selanjutnya dimodelkan ke dalam model pemrograman bilangan bulat. Metode *Branch and Bound* digunakan dalam menentukan solusi optimal dari model.

III. MODEL CSP SATU DIMENSI

Model yang digunakan untuk penyelesaian CSP satu dimensi adalah model pada [5]. Batasan pada model ini adalah hanya memerhatikan pemotongan berdasarkan sisi panjang saja. Model CSP digunakan untuk menghitung *trim loss* yang dihasilkan dari proses pemotongan bahan baku kertas. Pembentukan model CSP memuat pola-pola pemotongan yang

Prosiding
ANNUAL RESEARCH SEMINAR 2016
 6 Desember 2016, Vol 2 No. 1

telah terbentuk sebagai kendala yang harus dipenuhi. Pola pemotongan satu dengan yang lainnya berbeda, sehingga *trim loss* yang dihasilkan pun berbeda. Setiap *trim loss* yang dihasilkan dari pola pemotongan ke j dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$T_j = L - \sum_{i=1}^m a_{ji}K_i \quad (1)$$

Pembuatan pola yang menghasilkan potongan-potongan dari pemotongan 1 buah bahan baku kertas harus memenuhi kendala berikut:

$$\sum_{i=1}^m a_{ji}K_i \leq L \quad (2)$$

dengan $a_{ji} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$, $K_i \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $i = 1, 2, \dots, m$,

$j = 1, 2, \dots, n$.

Beberapa variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah x_j menyatakan jumlah potongan kertas yang dipotong menurut pola pemotongan ke- j . z menyatakan fungsi tujuan yang nilainya adalah jumlah total bahan baku kertas yang dipotong. K_i menyatakan panjang potongan kertas ke- i . Q_i menyatakan jumlah potongan kertas yang dibutuhkan dengan panjang K_i . a_{ji} menyatakan jumlah potongan kertas dengan panjang K_i yang terpotong dari pola pemotongan ke- j . L menyatakan panjang standar bahan baku kertas.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

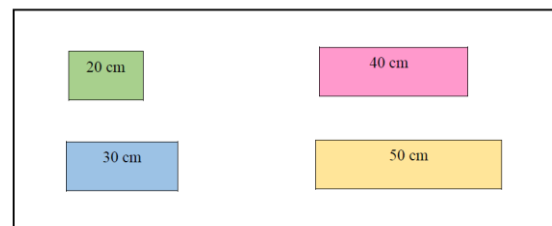
Data pada penelitian ini diambil dari data penelitian [6] yang meneliti tentang CSP pada *Aluminium Rolling Company* (ARMCO). ARMCO merupakan suatu perusahaan yang memproduksi kertas berbahan aluminium. Permasalahan yang dihadapi oleh ARMCO yaitu mendapatkan pola pemotongan bahan baku yang tepat untuk mengoptimalkan *trim loss*. Hal tersebut dapat dilakukan dengan cara mengkombinasikan ukuran potongan-potongan kertas yang dipesan berdasarkan panjang bahan baku yang tersedia. Sedangkan untuk mendapatkan pola pemotongan optimal, setiap pola kemungkinan dapat dilakukan dengan reduksi pola.

ARMCO menyediakan standar kertas yang berukuran 130×100 cm. Jumlah produk permintaan pelanggan dapat dilihat pada Tabel 1. Bahan baku kertas standar yang dipotong memiliki panjang 130 cm sehingga $L = 130$. Pola-pola pemotongan terdiri dari 4 jenis potongan kertas yang memiliki panjang 20 cm, 30 cm, 40 cm, dan 50 cm, sehingga $K_1 = 20$, $K_2 = 30$, $K_3 = 40$, dan $K_4 = 50$.

Tabel 1. Jumlah Permintaan Pelanggan

No.	Ukuran Kertas Aluminium (cm)	Jumlah Permintaan (Lembar)
1	50 × 100	64
2	40 × 100	58
3	30 × 100	70
4	20 × 100	45

Gambar masing-masing potongan kertas dapat dilihat pada Gambar 1. Semua kemungkinan pola-pola pemotongan kertas pada dapat dilihat pada Tabel 2.



Gambar 1. Ukuran Potongan Kertas

Pola pemotongan ke-1 menghasilkan 6 buah potongan kertas berukuran 20 cm dengan *trim loss* yaitu 10 cm. Pola pemotongan ke-2 menghasilkan potongan kertas paling banyak 5 buah berukuran 20 cm dan 1 buah berukuran 30 cm, sehingga pola ini tidak menghasilkan *trim loss*. Pola-pola tersebut harus memenuhi Kendala (2) yaitu yang menghasilkan *trim loss* yang minimum. Beberapa diantaranya tidak menghasilkan *trim loss* yaitu pola pemotongan ke 2, 4, 6, 7, 10, 12, 13, 16, 18, dan 20.

Prosiding
ANNUAL RESEARCH SEMINAR 2016
 6 Desember 2016, Vol 2 No. 1

ISBN : 979-587-626-0 | UNSRI

http://ars.ilkom.unsri.ac.id

Tabel 2. Pola-Pola Pemotongan Kertas

Pola ke-j	Jumlah Pemotongan (Buah)				
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	Trim Loss (cm)
1	6	0	0	0	10
2	5	1	0	0	0
3	4	0	1	0	10
4	4	0	0	1	0
5	3	2	0	0	10
6	3	1	1	0	0
7	2	3	0	0	0
8	2	1	0	1	10
9	2	0	2	0	10
10	2	0	1	1	0
11	1	2	1	0	10
12	1	2	0	1	0
13	1	1	2	0	0
14	1	0	0	2	10
15	0	4	0	0	10
16	0	3	1	0	0
17	0	1	1	1	10
18	0	1	0	2	0
19	0	0	3	0	10
20	0	0	2	1	0

Trim loss dari setiap pola pemotongan yang berbeda dijadikan parameter untuk memperoleh jumlah seluruh trim loss. Total seluruh trim loss dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$T_{Total} = \sum_{j=1}^{20} T_j x_j \quad (3)$$

dimana setiap pola pemotongan harus memenuhi kendala (4).

$$\sum_{i=1}^4 a_{ji} K_i \leq 130 \quad (4)$$

Semua jumlah potongan yang telah terbentuk pada Tabel 2 dibuat dalam bentuk matriks, sedangkan sub matriks dibagi berdasarkan panjang trim loss yang dihasilkan. Misal S_α ($\alpha = 1, \dots, p$) menyatakan sub matriks pola pemotongan. Baris pada sub matriks merupakan pola pemotongan x_j , sedangkan kolom menyatakan kertas dengan panjang K_i . Berikut sub matriks berdasarkan pola pemotongan kertas yang terbentuk:

$$S_1 = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad S_2 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sub matriks S_1 terdiri dari 10 pola pemotongan yang memiliki panjang trim loss adalah 0 cm, sedangkan sub matriks S_2 terdiri dari 10 pola pemotongan yang memiliki panjang trim loss adalah 10 cm. Sub matriks yang telah terbentuk mengubah urutan pola pemotongan. Setiap baris pada sub matriks S_1 menunjukkan pola pemotongan ke 1 sampai ke 10, sedangkan baris pada sub matriks S_2 menunjukkan pola pemotongan ke 11 sampai ke 20. Kolom ke 1 sampai ke 4 untuk setiap sub matriks menunjukkan potongan kertas sedangkan kolom ke-5 merupakan panjang trim loss. Pembentukan sub matriks bertujuan untuk mengelompokkan letak trim loss sesuai ukuran, supaya pola dapat disusun.

Sub matriks S_1 dan S_2 memuat entri-entri a_{ji} yang menyatakan jumlah potongan kertas untuk setiap panjang K_i dari bahan baku kertas berukuran $L = 130$ cm. Berdasarkan sub matriks langkah selanjutnya adalah memeriksa semua pola pemotongan yang layak direduksi menggunakan syarat reduksi algoritma reduksi pola 3 \rightarrow 2. Misal P_1, P_2 , dan P_3 adalah pola pemotongan ke 1, ke 2, dan ke 3, maka pola dikatakan layak reduksi apabila setiap pola memenuhi syarat $P_1 \leq P_2 \leq P_3 \leq L$. Dengan begitu dibuktikan bahwa semua pola pemotongan dalam sub matriks S_1 dan S_2 adalah layak reduksi. Reduksi pola 3 \rightarrow 2 dilakukan dengan mengubah setiap 3 buah pola menjadi 2 buah pola.

Reduksi 10 buah pola pemotongan pada sub matriks S_1 menghasilkan beberapa reduksi. Penjelasan reduksi pertama adalah sebagai berikut:

1. Mengambil 3 buah pola dari sub matriks S_1 yang kemudian direduksi menjadi 2 buah pola. Ketiga pola dinyatakan dalam matriks reduksi sebagai berikut:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{matrix}$$

Setiap entri dalam matriks R_1 merupakan nilai a_{ji} yang menyatakan banyaknya potongan kertas dengan panjang K_i . Matriks R_1 terdiri dari $a_{11} = 5, a_{12} = 1, a_{21} = 4,$

Prosiding
ANNUAL RESEARCH SEMINAR 2016
 6 Desember 2016, Vol 2 No. 1

ISBN : 979-587-626-0 | UNSRI

http://ars.ilkom.unsri.ac.id

- $a_{24} = 1, a_{31} = 3, a_{32} = 1,$ dan $a_{33} = 1$. Entri pada setiap baris matriks R_1 dilakukan penjumlahan, sehingga diperoleh matriks reduksi $R_1 = [12 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0]$
 Entri hasil penjumlahan setiap baris pada matriks R_1 menyatakan banyaknya potongan kertas dengan panjang $K_1 = 12, K_2 = 2, K_3 = 1,$ dan $K_4 = 1$.
3. Potongan-potongan kertas dalam matriks array R_1 disusun ke dalam matriks array W yang dimulai berdasarkan panjang kertas terkecil. Entri-entri pada array W yaitu:

$$W = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 30 & 30 \\ & & & & & & & & & & & & 40 & 50 \end{bmatrix}$$

4. Selanjutnya matriks array W dibagi menjadi 2 buah matriks array yaitu W_a dan W_b . Setiap potongan kertas dengan panjang yang sama berjumlah genap atau memiliki pasangan disusun ke dalam matriks array W_a , sedangkan setiap potongan kertas dengan panjang yang sama berjumlah ganjil atau hanya muncul sekali, dimana potongan tersebut merupakan modulo 2 dari setiap pasangan disusun ke dalam matriks array W_b . Berikut entri pada matriks array W_a dan W_b :

$$W_a = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 30 \\ & & & & & & & & & & & & & 30 \end{bmatrix}$$

$$W_b = [40 \ 50]$$

5. Langkah selanjutnya adalah memasangkan setiap potongan pada matriks array W_a dengan panjang potongan kertas yang sama. Akibatnya terbentuk 2 buah pola pemotongan baru

$$W_a = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 30 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 30 \end{bmatrix}$$

$$W_b = [40 \ 50]$$

Matriks array W_a memuat entri yang menunjukkan 2 buah pola pemotongan yang sama, sehingga berdasarkan prinsip reduksi pola pemotongan dapat dijadikan 1 buah pola saja yaitu:

$$W_a = [20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 30]$$

$$W_b = [40 \ 50]$$

Jumlah matriks array $W_a = 150$ dan $L = 130$, ini menunjukkan pola pemotongan W_a tidak memenuhi Kendala (4). Jumlah matriks array $W_b = 90$ yang artinya masih memiliki ruang kosong, sehingga pola dapat diperbaiki.

6. Memperbaiki pola pemotongan pada matriks array W_a dan W_b agar memenuhi Kendala (4). Pola pemotongan diperbaiki dengan mengambil potongan kertas pada matriks array W_a yang terkecil dan memungkinkan untuk diletakkan pada matriks array W_b . 1 buah potongan kertas berukuran 20 cm pada matriks array W_a dipindahkan ke dalam matriks array W_b yang dituliskan sebanyak 2 buah potongan kertas berikut:

$$W_a = [20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 30]$$

$$W_b = [20 \ 20 \ 40 \ 50]$$

Setelah diperbaiki jumlah $W_a = 130$ dan $W_b = 130$, maka pola pemotongan dalam matriks array memenuhi kendala CSP serta panjang *trim loss* yang dihasilkan 0 cm.

7. Membentuk matriks hasil reduksi berdasarkan matriks array W_a dan W_b yaitu:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} P'_1 \\ P'_2 \end{matrix}$$

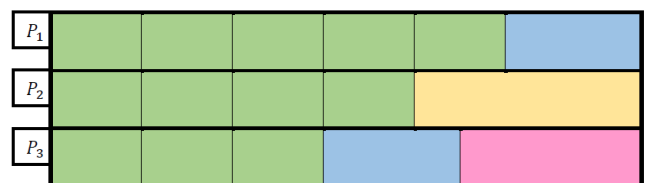
Matriks H_1 memuat potongan-potongan kertas dengan pola hasil direduksi. Pola pemotongan hasil reduksi ke 1 adalah sebagai berikut:

$$P'_1 = [5 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$P'_2 = [2 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$$

Berdasarkan hasil reduksi ke-1, P'_1 yaitu pola pemotongan hasil reduksi ke-1 yang menghasilkan potongan kertas berukuran 20 cm sebanyak 5 buah dan 30 cm sebanyak 1 buah. P'_2 menyatakan pola pemotongan hasil reduksi ke 2 yang menghasilkan potongan kertas berukuran 20 cm sebanyak 2 buah, 40 cm sebanyak 1 buah, dan 50 cm sebanyak 1 buah.

8. Diberikan ilustrasi reduksi ke 1 pada pola pemotongan P_1, P_2 dan P_3 pada Gambar 2.



Gambar 2. Pola Pemotongan Sebelum Reduksi ke 1

Pola pemotongan pada Gambar 2 direduksi menggunakan reduksi pola 3 → 2. Reduksi pola menghasilkan

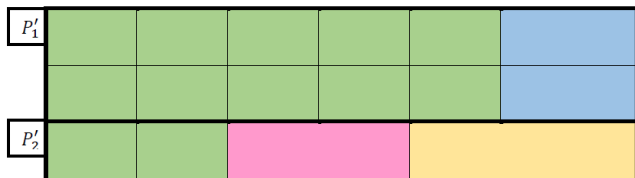
Prosiding
ANNUAL RESEARCH SEMINAR 2016

6 Desember 2016, Vol 2 No. 1

ISBN : 979-587-626-0 | UNSRI

http://ars.ilkom.unsri.ac.id

2 buah pola baru yaitu P'_1 dan P'_2 yang dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Pola Pemotongan Hasil Reduksi ke 1

Hasil reduksi ke 1 yang terlihat pada Gambar 3 menggambarkan pola pemotongan yang lebih mudah, karena berubahnya pola pemotongan namun jumlah potongan tetap terpenuhi dan tidak menghasilkan *trim loss*. Reduksi pola terus berlanjut sehingga sub matriks S_1 menghasilkan 6 buah pola pemotongan dan 1 buah pola pemotongan yang tidak dapat tereduksi yaitu pola pemotongan P_8 . Reduksi pola sub matriks S_1 selengkapnya diuraikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Reduksi Sub Matriks S_1

Reduksi Ke- α	Pola Pemotongan	Hasil Reduksi
1	P_1, P_2, P_3	P'_1, P'_2
2	P_4, P_5, P_6	P'_3, P'_4
3	P_7, P_8, P_9	-
4	P_7, P_8, P_{10}	-
5	P_7, P_9, P_{10}	P'_5, P'_6
Sisa Pola Pemotongan	P_8	P'_7

Selanjutnya 10 pola pemotongan pada sub matriks S_2 juga direduksi sehingga menghasilkan 6 buah pola pemotongan dan 1 buah pola pemotongan yang tidak dapat tereduksi yaitu pola pemotongan P_{20} . Reduksi pola sub matriks S_2 selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Reduksi Sub Matriks S_2

Reduksi Ke- α	Pola Pemotongan	Hasil Reduksi
6	P_{11}, P_{12}, P_{13}	P'_8, P'_9
7	P_{14}, P_{15}, P_{16}	-
8	P_{14}, P_{15}, P_{17}	P'_{10}, P'_{11}
9	P_{16}, P_{18}, P_{19}	P'_{12}, P'_{13}
Sisa Pola Pemotongan	P_{20}	P'_{14}

Berdasarkan Tabel 4 terlihat bahwa total hasil reduksi pola pemotongan pada sub matriks S_2 adalah 7 buah pola pemotongan, dimana 6 buah pola direduksi menghasilkan pola pemotongan $P'_8, P'_9, P'_{10}, P'_{11}, P'_{12}, P'_{13}$ dan 1 pola tidak direduksi yaitu pola pemotongan P_{20} yang berubah menjadi pola pemotongan P'_{14} .

Reduksi pola pemotongan pada sub matriks S_1 dan S_2 menghasilkan pola pemotongan yang lebih sedikit. Masing-masing sub matriks menghasilkan 7 buah pola pemotongan. Artinya dari 20 pola pemotongan yang direduksi menghasilkan 14 pola pemotongan. Pola pemotongan hasil reduksi disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Pola-Pola Pemotongan Hasil Reduksi

Pola ke- j	Jumlah Pemotongan (Buah)				
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	Trim Loss (cm)
1'	5	1	0	0	0
2'	2	0	1	1	0
3'	1	2	0	1	0
4'	3	1	1	0	0
5'	0	0	2	1	0
6'	1	2	0	1	0
7'	0	1	0	2	0
8'	5	1	0	0	0
9'	3	0	0	1	30
10'	2	0	1	1	0
11'	1	1	0	1	30
12'	0	3	1	0	0
13'	1	1	0	1	30
14'	0	0	3	0	10

Berdasarkan Tabel 5 terdapat 14 pola pemotongan yang dihasilkan dari reduksi pola. Reduksi pola menghasilkan beberapa pola yang sama yaitu pola pemotongan P'_1 dan P'_8 , pola pemotongan P'_2 dan P'_{10} , pola pemotongan P'_3 dan P'_6 , pola pemotongan P'_{11} dan P'_{13} , sehingga berdasarkan prinsip reduksi pola perlu dilakukan perbaikan tabel dengan membuat 2 buah pola pemotongan yang sama menjadi 1 buah pola pemotongan saja. Pola pemotongan dibuat dengan mengurutkan berapa banyak potongan kertas berukuran paling kecil yang dapat dihasilkan dari 1 buah bahan baku kertas berukuran $L = 130$ cm. Tabel 6 merupakan perbaikan dari Tabel 5.

Prosiding
ANNUAL RESEARCH SEMINAR 2016
 6 Desember 2016, Vol 2 No. 1

ISBN : 979-587-626-0 | UNSRI

http://ars.ilkom.unsri.ac.id

Tabel 6. Perbaikan Pola –Pola Pemotongan Hasil Reduksi

Pola ke- <i>j</i>	Jumlah Pemotongan (Buah)				Trim Loss (cm)
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm	
1	5	1	0	0	0
2	3	1	1	0	0
3	3	0	0	1	30
4	2	0	1	1	0
5	1	2	0	1	0
6	1	1	0	1	30
7	0	3	1	0	0
8	0	1	0	2	0
9	0	0	3	0	10
10	0	0	2	1	0

Tabel 6 memuat pola-pola pemotongan hasil reduksi. Terdapat 9 buah pola pemotongan yang tereduksi dari 20 pola pemotongan. Hal ini menunjukkan bahwa terjadi perubahan jumlah pola pemotongan menjadi lebih sedikit. Pola-pola pemotongan optimal tersebut selanjutnya dimodelkan ke dalam model CSP 1 dimensi sesuai Persamaan (1) dan (2). Model CSP yang terbentuk dapat dilihat pada Model (5).

Fungsi Tujuan:
 Meminimumkan

$$z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 &\geq 45 \\ x_1 + x_2 + 2x_5 + x_6 + 3x_7 + x_8 &\geq 70 \\ x_2 + x_4 + x_7 + 3x_9 + 2x_{10} &\geq 58 \\ x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + 2x_8 + x_{10} &\geq 64 \end{aligned} \quad (5)$$

dengan $x_j \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$, $j = 1, 2, \dots, 10$, dan x_j integer.

Solusi optimal untuk Model (5) adalah $x_2 = 16$, $x_7 = 10$, $x_8 = 24$, dan $x_{10} = 16$. Artinya pola yang terpilih adalah pola pemotongan ke 2, pola pemotongan ke 7, pola pemotongan ke 8, dan pola pemotongan ke 10. Pola pemotongan yang terpilih merupakan pola-pola optimal yang memiliki *trim loss* seminimum mungkin, namun tetap dapat memenuhi jumlah permintaan pelanggan pada Tabel 1.

Panjang total *trim loss* yang dihasilkan dari pemotongan kertas dengan pola x_2 , x_7 , x_8 , dan x_{10} adalah 0 cm. Jumlah total bahan baku kertas berukuran 130 cm yang dipotong adalah sebanyak 66 buah. Bahan baku tidak terpakai dalam hal ini ialah produk surplus atau lebih yang panjangnya memenuhi

ukuran kertas namun tidak dibutuhkan, bukan merupakan *trim loss*. Solusi optimal CSP yang diperoleh dari reduksi pola dalam menyelesaikan CSP disajikan dalam Tabel 7.

Tabel 7. Solusi Optimal CSP

Pola Pemotongan Optimal ke- <i>j</i>	Jumlah Potongan Kertas yang Dihasilkan			
	20 cm	30 cm	40 cm	50 cm
2	48	16	16	0
7	0	30	10	0
8	0	24	0	48
10	0	0	32	16

Selanjutnya terdapat produk surplus antara jumlah total potongan yang dihasilkan dan jumlah potongan yang dibutuhkan. Penjelasan produk surplus disajikan dalam Tabel 8.

Tabel 8. Produk Surplus Hasil Pemotongan Pola Optimal

No	Panjang Potongan Kertas (cm)	Jumlah Total Potongan yang Dihasilkan	Jumlah Potongan yang Dibutuhkan	Jumlah Produk Surplus (Potongan)
1	20	48	45	3
2	30	70	70	0
3	40	58	58	0
4	50	64	64	0

Terlihat bahwa solusi optimal pola pemotongan penelitian [6] menghasilkan panjang *trim loss* 90 cm sedangkan solusi optimal pola pemotongan hasil reduksi tidak menghasilkan *trim loss*. Pada kasus ini menunjukkan bahwa pola pemotongan tereduksi lebih baik jika dibandingkan dengan pola pemotongan tanpa reduksi.

V. KESIMPULAN

Reduksi pola yang diuji ke dalam kasus pemotongan kertas menghasilkan pola optimal yang lebih sedikit. Model pemrograman bilangan bulat yang diperoleh dari pola-pola optimal tersebut menghasilkan *trim loss* sama dengan nol dan beberapa produk surplus. Model diuji dengan bantuan program LINDO.

Prosiding
ANNUAL RESEARCH SEMINAR 2016
6 Desember 2016, Vol 2 No. 1

ISBN : 979-587-626-0 | UNSRI

<http://ars.ilkom.unsri.ac.id>

REFERENSI

- [1] C. Aldridge, S.J. Chapman, R. Gower, R. Leese, C. McDiarmid, M. Shepherd, H. Tuenter, H. Wilson and A. Zinober, "Pattern reduction in paper cutting," in Report of the 29th European Study Group with Industry, University of Oxford, 1996.
- [2] C. Antens, T. Gustaffson, A. Paulshus, C. Stroh, and M. Wiese, "Pattern reduction in the paper cutting problem," in The Ninth ECMI Modelling Week. Penn Sate A Publication Research, 1996.
- [3] D.S. Chen, R.G. Batson, and Y. Dang, Applied Integer Programming Modeling and Simulation. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.
- [4] J. Karehlati, "Solving the cutting stock problem in the steel industry," in Master's Thesis Submitted in Partial Fulfillment of The Requirements for degree of Master of Science in Technology, Helsinki University of Technology, 2002.
- [5] S. Octarina, P.B.J. Bangun, and D. Setiadi, "Optimasi trim loss pada cutting stock problem menggunakan column generation technique dan algoritma balas yang dikembangkan," in Proceeding Annual Research Seminar, Vol. 1 No. 1, pp. 57-58, 2015.
- [6] S.M.A. Suliman, "Pattern generating procedure for the cutting stock problem," in International Journal of Production Economics, vol. 74, pp. 293-301, 2001.